

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : حساب دیفرانسیل و انتگرال	رشته : ریاضی فیزیک	تعداد صفحه : ۱	مدت امتحان : ۱۵۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی :	دوره ی پیش دانشگاهی	تاریخ امتحان : ۱۳۹۶/۶/۸	ساعت شروع : ۸ صبح
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۶		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

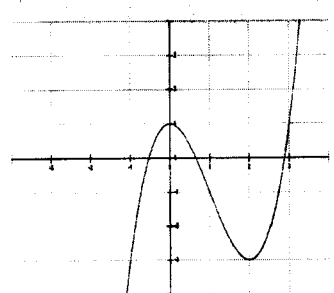
توجه : استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی ، جذر و درصد) بلامانع است.		
۱	جواب نامعادله $x^2 - 7x + 10 < 0$ را به صورت بازه بنویسید سپس مرکز و شعاع بازه را مشخص کنید.	۱
۰/۷۵	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید : الف) اگر برای هر عدد حقیقی h مثبت داشته باشیم $h < x - 2 \leq 0$ مقدار x برابر با است ب) دنباله $\left\{ \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{3n} \right\}$ همگرا به عدد است . ج) کوچکترین عضو کران بالای بازه ی $[-2, 6]$ برابر با است	۲
۱/۲۵	دنباله ی $\left\{ (-1)^n \frac{n}{n+1} \right\}$ مفروض است یکنوایی و همگرایی این دنباله را بررسی کنید.	۳
۱/۵	با کمک حد دنباله ثابت کنید تابع $f(x) = \begin{cases} x+3 & x > 1 \\ 2x & x < 1 \end{cases}$ در $x = 1$ حد ندارد.	۴
۱/۵	به کمک قضیه بولزانو ثابت کنید معادله $\sin x - x^2 + x + 1 = 0$ حداقل یک ریشه در بازه $[0, \pi]$ دارد.	۵
۱	فرض کنید درآمد حاصل از تولید x واحد از محصولی $R(x) = 0.1x^2 - 3x$ ، درآمد نهایی را در سطح تولید ۱۸۰۰ واحد حساب کنید.	۶
۱/۵	به کمک تعریف مشتق، مشتق پذیری تابع $f(x) = x x-1 $ را در $x = 1$ بررسی کنید.	۷
۱/۵	نقاطی از منحنی $y = \tan x$ را در بازه $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ چنان تعیین کنید که مماس بر منحنی با خط $y = 2x$ موازی باشد.	۸
۱	معادله خط مماس بر منحنی $x^2 - xy + y^2 - 1 = 0$ را در نقطه $A(1, 1)$ واقع بر منحنی را بدست آورید.	۹
۱	مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $y = \ln(x^2 + 4x)$ ب) $y = \sqrt{x} e^{3x}$	۱۰
۱	نقاط بحرانی تابع $f(x) = \sqrt{3x} + 2\cos x$ را روی بازه $(0, 2\pi)$ بدست آورید.	۱۱
۱/۵	اکسترمم های مطلق تابع $f(x) = x^4 - 2x^3 + 2$ را در بازه $[-2, 1]$ بدست آورید.	۱۲
۲	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ را رسم کنید.	۱۳
۱/۵	الف) جمع $\sum_{j=1}^n \frac{j^2}{n^3}$ را بسط دهید. ب) جمع روبرو را با استفاده از نماد \sum بنویسید. $A = x^2 + 2x^3 + 3x^4 + \dots + 100x^{101}$	۱۴
۱/۲۵	مقدار میانگین $f(x) = 2x + \sqrt{x}$ را بر بازه $[0, 9]$ بدست آورید.	۱۵
۰/۷۵	حاصل انتگرال نامعین $\int (\sin 2x + \frac{1}{x} + e^{5x}) dx$ را بیابید.	۱۶
۲۰	جمع نمره	موفق باشید

مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۶/۸	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریورماه سال ۱۳۹۶	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۱	$x^2 - 7x + 10 < 0 \rightarrow (x-2)(x-5) < 0 \xrightarrow{(. / 25)} x \in (2, 5) \quad (. / 25)$ $a = \frac{5+2}{2} = \frac{7}{2} \quad (. / 25) \quad r = \frac{5-2}{2} = \frac{3}{2} \quad (. / 25)$	۱
۰/۷۵	(الف) ۲ (۰/۲۵) (ب) همگرابه e^x (۰/۲۵) (ج) ۶ (۰/۲۵)	۲
۱/۲۵	$-\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, -\frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots \rightarrow$ یکنوا نیست (۰/۵) $\lim_{n \rightarrow \infty} (-1)^n \frac{n}{n+1} = \begin{cases} 1 & n=2k \\ -1 & n=2k+1 \end{cases} \Rightarrow$ واگراست (۰/۷۵)	۳
۱/۵	$a_n = 1 + \frac{1}{n}$ $b_n = 1 - \frac{1}{n}$ $\xrightarrow{(. / 5)} \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 1 \xrightarrow{(. / 25)} \begin{cases} \lim_{n \rightarrow \infty} f(a_n) = 4 \quad (. / 25) \\ \lim_{n \rightarrow \infty} f(b_n) = 2 \quad (. / 25) \end{cases}$ پس تابع در $x=1$ حد ندارد (۰/۲۵)	۴
۱/۵	تابع $f(x) = \sin x - x^2 + x + 1$ در بازه $[0, \pi]$ پیوسته است. (۰/۵) $f(0) = 1$ $f(\pi) = -\pi^2 + \pi + 1 < 0$ $\xrightarrow{(. / 5)} f(0)f(\pi) < 0 \quad (. / 25)$ پس بنا بر قضیه بولزانو معادله $\sin x - x^2 + x + 1 = 0$ در بازه $[0, \pi]$ حداقل یک ریشه دارد. (۰/۲۵)	۵
۱	$R'(x) = 0/2x - 3 \xrightarrow{(. / 5)} R'(1800) = 357 \quad (. / 5)$	۶
۱/۵	تابع f در $x=1$ پیوسته است. (۰/۲۵) $f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x x-1 - 0}{x-1} \Rightarrow \begin{cases} f'_+(1) = 1 \quad (. / 25) \\ f'_-(1) = -1 \quad (. / 25) \end{cases}$ پس تابع f در $x=1$ مشتق پذیر نیست. (۰/۲۵)	۷
۱/۵	$y' = 1 + \tan^2 x$ $m = 2$ $\xrightarrow{(. / 5)} 1 + \tan^2 x = 2 \xrightarrow{(. / 25)} \tan x = \pm 1 \xrightarrow{(. / 25)} x = \pm \frac{\pi}{4} \xrightarrow{(. / 25)} A\left(\frac{\pi}{4}, 1\right), B\left(-\frac{\pi}{4}, -1\right) \quad (. / 25)$	۸
۱	$y'_x = \frac{f'_x}{f'_y} = \frac{2x-y}{-x+2y} \xrightarrow{(1,1)} m = -1 \quad (. / 25) \rightarrow y = -x + 2 \quad (. / 25)$	۹
۱	(الف) $y' = \frac{2x+4}{x^2+4x} \quad (. / 5)$ (ب) $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}} e^{2x} + 2e^{2x} \sqrt{x} \quad (. / 5)$	۱۰

ادامه در برگه دوم

مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۶/۸	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۶	
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره

۱	$f'(x) = \sqrt{3} - 2\sin x \xrightarrow{f'(x)=0} \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (./25) \rightarrow x = \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3} \quad (./5)$	۱۱																								
۱/۵	$f'(x) = 4x^2 - 6x^2 = 0 \xrightarrow{./25} x = 0 \quad (./25) \quad \text{قق} \quad x = \frac{3}{2} \quad (./25) \quad \text{قق}$ $f(0) = 2 \quad (./25) \quad f(1) = 1 \quad (./25) \quad \text{مینیمم مطلق} \quad f(-2) = 24 \quad (./25) \quad \text{ماکسیمم مطلق}$	۱۲																								
۲	$D_f = R, f'(x) = 3x^2 - 6x = 0 \xrightarrow{./25} x = 0, 2 \quad (./25)$ $f''(x) = 6x - 6 = 0 \xrightarrow{./25} x = 1 \quad (./25)$ <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <tr> <td>x</td> <td>-∞</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>+∞</td> </tr> <tr> <td>f'</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>f''</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>f</td> <td>-∞ ↗</td> <td>1 ↘</td> <td>-1 ↘</td> <td>-2 ↗</td> <td>+∞ ↗</td> </tr> </table> <div style="text-align: right;">(۰/۵ نمره)</div>  <div style="text-align: right;">(۵/۵ نمره)</div>	x	-∞	0	1	2	+∞	f'	+	0	-	0	+	f''	-	-	0	+	+	f	-∞ ↗	1 ↘	-1 ↘	-2 ↗	+∞ ↗	۱۳
x	-∞	0	1	2	+∞																					
f'	+	0	-	0	+																					
f''	-	-	0	+	+																					
f	-∞ ↗	1 ↘	-1 ↘	-2 ↗	+∞ ↗																					
۱/۵	$\sum_{j=1}^n \frac{j^2}{n^2} = \frac{1^2}{n^2} + \frac{2^2}{n^2} + \frac{3^2}{n^2} + \dots + \frac{n^2}{n^2} \quad (0/75)$ $A = \sum_{n=1}^{\infty} nx^{n+1} \quad (./75)$	۱۴ الف) ب)																								
۱/۲۵	$\text{مقدار میانگین} = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx = \frac{1}{9-0} \int_0^9 (2x + \sqrt{x}) dx = \frac{1}{9} \left(x^2 + \frac{2}{3} x\sqrt{x} \right) \Big _0^9 = \frac{81+18}{9} = 11 \quad (./25)$	۱۵																								
۰/۷۵	$F(x) = -\frac{1}{2} \cos 2x + \ln x + \frac{1}{\delta} e^{\delta x} + c \quad (./75)$	۱۶																								
۲۰	همکاران گرامی، ضمن عرض خسته نباشید، به سایر راه حل های صحیح به تناسب نمره تعلق گیرد. با تشکر																									