

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : حساب دیفرانسیل و انتگرال	رشته : ریاضی فیزیک	تعداد صفحه : ۱	مدت امتحان : ۱۳۵ دقیقه
نام و نام خانوادگی :	دوره ی پیش دانشگاهی	تاریخ امتحان : ۱۳۹۷/۳/۵	ساعت شروع : ۸ صبح
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۷		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

توجه : استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی ، جذر و درصد) بلامانع است.		
۱	اگر اشتراک دو بازه $(-۲, ۴)$ و $(۱, ۵)$ یک همسایگی متقارن باشد مرکز و شعاع همسایگی را بیابید.	۱
۲	با استفاده از تعریف حد دنباله ثابت کنید: $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(-1)^n}{2^n - 1} = 0$	۱/۲۵
۳	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. الف) هرگاه $\{a_n\}$ دنباله‌ای همگرا و $\{b_n\}$ دنباله‌ای واگرا باشد آنگاه دنباله $\{a_n + b_n\}$ همگراست. ب) بزرگترین کران پایین $[۱, ۳]$ برابر ۳ است. پ) دنباله $\left\{ \left(1 + \frac{1}{n} \right)^{n+2} \right\}$ به e همگراست.	۰/۷۵
۴	با استفاده از تعریف حد دنباله ثابت کنید تابع $f(x) = \sin \frac{1}{x-1}$ در $x = 1$ حد ندارد.	۱/۲۵
۵	نشان دهید معادله $x^2 + (x+2)(x-1) = 0$ در بازه $[-۱, ۱]$ دارای جواب است.	۱
۶	پیوستگی تابع $f(x) = [\cos x]$ را در نقطه $x = 0$ بررسی کنید.	۰/۷۵
۷	نشان دهید خط $x = 2$ ، مماس قائم بر منحنی $f(x) = \sqrt{x-2}$ می‌باشد.	۱
۸	مشتق‌پذیری تابع $f(x) = (x-1) x-1 $ را در $x = 1$ بررسی کنید.	۱/۵
۹	با فرض اینکه $f(x) = \sqrt{x}$ ، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f^x(1+h) - f^x(1)}{h}$ را به دست آورید.	۱/۵
۱۰	معادله خط مماس بر منحنی $y = e^{2x} \cos x$ را در نقطه $(0, 1)$ پیدا کنید.	۱
۱۱	مشتق تابع وارون تابع f با ضابطه $f(x) = 2x + \ln x$ را در صورتی که $f(1) = 2$ باشد، به دست آورید.	۱
۱۲	اکسترم‌های مطلق تابع $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$ را در بازه $[-۲, ۱]$ مشخص کنید.	۱/۵
۱۳	شعاع کره‌ای با آهنگ ۲ میلی‌متر بر ثانیه بزرگ می‌شود در لحظه‌ای که قطر کره ۴۰ میلی‌متر است، حجم کره با چه آهنگی افزایش می‌یابد.	۱
۱۴	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$ را رسم کنید.	۲
۱۵	مساحت ناحیه‌ی محدود به منحنی $y = x^2 - 1$ و خطوط $y = 0$ و $x = 0$ و $x = 3$ را به دست آورید.	۱/۵
۱۶	مشتق تابع $F(x) = x^4 \int_1^x \sqrt{t+1} dt$ را به دست آورید.	۱
۱۷	انتگرال نامعین $\int \left(\frac{2}{x} - x\sqrt{x} + \sin 2x \right) dx$ را محاسبه کنید.	۱
۲۰	جمع نمره	موفق باشید

باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۳/۵	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۷	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۱	$(-۲, ۴) \cap (۱, ۵) = (۱, ۴)$ (۰/۵) مرکز $\frac{۴+۱}{۲} = \frac{۵}{۲}$ (۰/۲۵)، شعاع $\frac{۴-۱}{۲} = \frac{۳}{۲}$ (۰/۲۵)	۱
۱/۲۵	$(\forall \varepsilon > 0, \exists M \in \mathbb{N}, n \geq M \Rightarrow \left \frac{(-1)^n}{2^n - 1} - 0 \right < \varepsilon) \xrightarrow{(۰/۲۵)} 2^n > \frac{1}{\varepsilon} + 1 \xrightarrow{(۰/۲۵)} n \log 2 > \log\left(\frac{1}{\varepsilon} + 1\right)$ (۰/۲۵) $\rightarrow n \geq \log_2\left(\frac{1}{\varepsilon} + 1\right) \xrightarrow{(۰/۲۵)} M \geq \left\lceil \log_2\left(\frac{1}{\varepsilon} + 1\right) \right\rceil + 1$ (۰/۲۵)	۲
۰/۲۵	(الف نادرست (۰/۲۵) (ب نادرست (۰/۲۵) (پ درست (۰/۲۵)	۳
۱/۲۵	$\left. \begin{aligned} a_n &= 1 + \frac{1}{2n\pi} \\ b_n &= 1 + \frac{1}{2n\pi + \frac{\pi}{2}} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{(۰/۲۵)} \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 1 \xrightarrow{(۰/۲۵)} \begin{cases} \lim_{n \rightarrow \infty} f(a_n) = 0 & (۰/۲۵) \\ \lim_{n \rightarrow \infty} f(b_n) = 1 & (۰/۲۵) \end{cases}$ <p>پس تابع در $x=1$ حد ندارد (۰/۲۵)</p>	۴
۱	$f(-1) = -1$ $f(1) = 1$ $\xrightarrow{(۰/۲۵)} f(-1)f(1) < 0 \xrightarrow{(۰/۲۵)}$ (۰/۲۵) حداقل یک ریشه دارد	۵
۰/۲۵	$\lim_{x \rightarrow 0} [\cos x] = 0$ $f(0) = 1$ $\xrightarrow{(۰/۲۵)}$ (۰/۲۵) پیوسته نیست $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) \neq f(0)$	۶
۱	$f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x-2} - 0}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{\sqrt{x-2}} = +\infty \xrightarrow{(۰/۲۵)}$ (۰/۲۵) مماس قائم است $x=2$	۷
۱/۵	$f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1) x-1 - 0}{(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} x-1 = 0 \xrightarrow{(۰/۲۵)}$ (۰/۲۵) تابع f در $x=1$ مشتق پذیر است	۸
۱/۵	$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(\sqrt[2]{1+h})^2 - \sqrt[2]{1}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+h} - 1}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h}{h(\sqrt{1+h} + 1)} = \frac{1}{2}$ (۰/۲۵)	۹
ادامه در برگه دوم		

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۳/۵	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۷	
نمره	راهنمای تصحیح	
ردیف		

۱	$y' = 2e^{2x} \cos x - e^{2x} \sin x \xrightarrow{(\cdot/5)} y'(0) = 2 \quad (\cdot/25)$ $y - 1 = 2(x - 0) \rightarrow y = 2x + 1$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵)</p>	۱۰																									
۱	$f^{-1}(2) = 1 \quad (\cdot/25), f'(x) = 2 + \frac{1}{x} \quad (\cdot/25)$ $(f^{-1})'(2) = \frac{1}{f'(1)} = \frac{1}{2+1} = \frac{1}{3} \quad (\cdot/25)$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵)</p>	۱۱																									
۱/۵	$f'(x) = 4x^3 - 4x = 0 \xrightarrow{(\cdot/5)} x = 0, x = \pm 1 \quad (\cdot/5)$ $\begin{cases} f(0) = 1 & (\cdot/25) \\ f(1) = f(-1) = 0 & \min(\cdot/25) \\ f(-2) = 9 & \max(\cdot/25) \end{cases}$	۱۲																									
۱	$V = \frac{4}{3} \pi r^3 \xrightarrow{(\cdot/25)} V'_t = 4\pi r^2 r'_t \xrightarrow{(\cdot/5)} V'_t = 3200\pi \quad (\cdot/25)$	۱۳																									
۲	<p>مجانِب مایل $(\cdot/25) y = x + 1$. مجانِب قائم $x = 1 \quad (\cdot/25)$, $D = R - \{1\}$</p> $y' = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2} \quad (\cdot/25) \xrightarrow{y'=0} \begin{cases} x=0 \rightarrow y=0 \\ x=2 \rightarrow y=4 \end{cases} \quad (\cdot/25)$ <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> <p>(۰/۵ نمره)</p> <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>$-\infty$</td> <td>\nearrow</td> <td>0</td> <td>\searrow</td> <td>$-\infty$</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td>$+\infty$</td> <td>\nwarrow</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table> </div> <div style="text-align: center;"> <p>(۰/۵ نمره)</p> </div> </div>	x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$	y'	+	0	-	-	0	+	y	$-\infty$	\nearrow	0	\searrow	$-\infty$				$+\infty$	\nwarrow	$+\infty$	۱۴
x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$																						
y'	+	0	-	-	0	+																					
y	$-\infty$	\nearrow	0	\searrow	$-\infty$																						
			$+\infty$	\nwarrow	$+\infty$																						
ادامه در برگه سوم																											

باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۳/۵	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۷	
نمره	راهنمای تصحیح	
		ردیف

۱/۵	$\left. \begin{array}{l} \Delta x = \frac{1}{n} \\ \Delta x = \frac{2}{n} \end{array} \right\} \xrightarrow{(-/۵)} \left. \begin{array}{l} f(x_i) = \frac{i^2}{n^2} - 1 \\ f(x_i) = \frac{4i^2}{n^2} + \frac{4i}{n} \end{array} \right\} \xrightarrow{(-/۵)} s = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\underbrace{\sum_{i=1}^n \left(\frac{i^2}{n^2} - 1 \right) \frac{1}{n}}_{(-/۵)} + \sum_{i=1}^n \left(\frac{4i^2}{n^2} + \frac{4i}{n} \right) \frac{2}{n} \right) = \frac{2}{3} + \frac{20}{3} = \frac{22}{3}$	۱۵
۱	$F'(x) = \underbrace{4x^2 \int \sqrt{t+1} dt}_{(-/۵)} + \underbrace{x^2 \sqrt{1+x}}_{(-/۵)}$	۱۶
۱	$\underbrace{2Ln x - \frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}}}_{(-/۵)} - \underbrace{\frac{1}{3} \cos 3x + c}_{(-/۵)}$	۱۷
۲۰	همکاران گرامی، ضمن عرض خسته نباشید، به سایر راه حل های صحیح به تناسب نمره تعلق گیرد. با تشکر	